

《线性代数》课程教学大纲

一、课程信息

课程名称：线性代数

Algebra of linearity

课程代码：09910474

课程类别：专业限选课

适用专业：土木工程专业

课程学时：54学时

课程学分：2.5学分

修读学期：第3学期

先修课程：高等数学A（I）、高等数学A（II）

二、课程目标

（一）具体目标

通过本课程的学习，使学生达到以下目标：

课程目标 1：本课程的学习旨在使学生系统地获得线性代数的基本知识，切实掌握所涉及的基本概念、基本理论和基本方法，具有较熟练的运算能力和初步解决实际问题的能力。为后继专业课程的学习奠定良好的数学基础。【支撑毕业要求 1.1】

课程目标 2：通过本课程的教学，除了使学生了解必要的线性代数知识和技能之外，还必须使学生对线性代数基础理论有较深的了解。培养学生的抽象思维的能力和逻辑思维能力。以便融会贯通地运用线性代数工具去解决理论上和工程实践中遇到的问题。主要包括以下几个方面：

- （1）理解线性代数的基本知识和基本概念；
- （2）掌握线性代数的基本知识和必要的基本运算技能；
- （3）掌握运用数学方法分析问题和解决问题的基本方法和技巧，从而为学生学习后续课程及进一步提高解决工程实践问题的能力打下必要的数学基础。【支撑毕业要求 2.1】

（二）课程目标与毕业要求的对应关系

表1 课程目标与毕业要求的对应关系

课程目标	支撑的毕业要求	支撑的毕业要求指标点
课程目标 1	1.工程知识:能够将数学、自然科学、工程基础和专业知识用于解决复杂工程问题。	1.1 具备解决复杂土木工程问题所需的数学、物理等自然科学知识和应用能力。
课程目标 2	2.问题分析:能够应用数学、自然科学和工程科学的基本原理,识别、表达、并通过文献研究分析复杂工程问题,以获得有效结论。	2.1 能够应用数学、自然科学和工程科学的基本原理,识别与归纳复杂土木工程问题。

三、课程内容

(一) 课程内容与课程目标的关系

表2 课程内容与课程目标的关系

课程内容	教学方法	支撑的课程目标	学时安排
第一章 行列式	讲授法	课程目标 1	12
第二章 矩阵及其运算	讲授法	课程目标 1, 2	12
第三章 矩阵的初等变换 与线性方程组	讲授法	课程目标 1, 2	12
第四章 向量组的线性 相关性	讲授法	课程目标 1, 2	12
第五章 相似矩阵及 二次型	讲授法	课程目标 1, 2	6
合计			54 学时

(二) 具体内容

第 1 章 行列式

【学习目标】

1.掌握行列式的六条主要性质的结论,会运用这些性质进行行列式的简化。

2.理解代数余子式的概念,掌握行列式按行(列)展开从而降阶的方法。

3.对于确定阶数(≤ 4 阶)的行列式,会通过化简为三角形求值,或化简后展开、降阶计算。

4.理解克拉默(Gramer)法则,掌握其关于齐次方程组的推论。

【学习内容】

1. n 阶行列式的性质。

2.行列式计算的主要方法。

3.克拉默(Gramer)法则及其推论。

【学习重点】

行列式的性质的证明。

【学习难点】

1. n 阶行列式的定义及计算。

2.行列式的性质的证明

第2章 矩阵及其运算

【学习目标】

1.理解矩阵的概念(包括矩阵的元素、阶数),掌握矩阵的表示法。了解一些常用的特殊矩阵,如行(列)矩阵、零矩阵、方阵、上(下)三角阵、单位阵等。

2.熟练掌握矩阵的加法、数乘、乘法、转置运算及其运算律,理解矩阵一般不可交换和不可消去的原理;理解线性变换和线性方程组的矩阵形式;理解对称阵的定义及其性质。

3.熟练掌握方阵可逆的定义;掌握用伴随阵求逆矩阵的方法;掌握用逆矩阵解线性方程组和简单矩阵方程的方法。

4.了解分块矩阵的概念。

【学习内容】

1.矩阵的概念。

2.矩阵的代数运算:加法、数乘、乘法、转置、方阵的行列式、方阵求逆、矩阵的初等变换、初等矩阵、矩阵的秩。

【学习重点】

矩阵的概念以及运算,逆矩阵。

【学习难点】

矩阵的乘法，矩阵求逆。

第3章 矩阵的初等变换与线性方程组

【学习目标】

1. 熟练掌握矩阵的初等变换。
2. 理解矩阵秩的概念，掌握运用初等变换求矩阵的秩与矩阵的逆。
3. 理解齐次线性方程组有非零解的充要条件及非齐次线性方程组有解的充要条件。
4. 掌握用初等行变换法求线性方程组的一般解。

【学习内容】

1. 方阵可逆的定义，用伴随阵求逆阵的方法，用逆阵解线性方程组和简单矩阵方程的方法。
2. 分块矩阵的概念。
3. 矩阵的行(列)初等变换及矩阵的等价性概念，矩阵的行初等变换。
4. 矩阵的秩的定义，用初等变换求秩的方法。
5. 初等阵的定义及其性质，用初等变换求逆阵的方法。

【学习重点】

1. 矩阵的初等变换，用初等变换求矩阵的秩与矩阵的逆。
2. 齐次线性方程组有非零解的充要条件及有非零解时的解的一般表达式。
3. 非齐次线性方程组有解的充要条件及解的结构。

【学习难点】

1. 齐次线性方程组有非零解时通解表达式。
2. 非齐次线性方程组解的结构。

第4章 向量组的线性相关性

【学习目标】

1. 理解 n 维向量的概念，熟练掌握向量的线性运算。
2. 理解线性组合、线性表示等概念；理解一组向量线性相关、线性无关的定义和充要条件；熟练掌握判别一组向量线性相关性的基本方法；会用定义和充要条件进行简单的论证判定。
3. 理解向量组的最大无关组的定义和性质，理解向量组的秩的定义。

4.熟练掌握用方程组的增广矩阵(或系数矩阵,对于齐次方程组)作行初等变换解方程组的一般方法。

5.了解齐次方程的解空间的概念;熟练掌握基础解系和通解的求法;会求非齐次方程组的通解。

【学习内容】

- 1.向量的概念,向量组的线性相关与线性无关的概念和性质;
- 2.向量组的极大线性无关组的概念,向量组的等价和向量组的秩的概念;
- 3.向量组的秩与矩阵的秩之间的关系;
- 4.向量空间、子空间、基、维数等概念,向量的内积,正交矩阵及其性质。

【学习重点】

1. n 维向量及向量组的线性相关性的概念和有关结论;
- 2.向量组的极大无关组和秩的概念及其求法;
- 3.向量组的秩与矩阵的秩的关系;
- 4.向量组等价的概念。

【学习难点】

- 1.齐次线性方程组有非零解时通解表达式。
- 2.非齐次线性方程组解的结构。

第5章 相似矩阵及二次型

【学习目标】

- 1.理解矩阵的特征值和特征向量的概念及性质。
- 2.熟练掌握矩阵的特征值和特征向量的求解方法。
- 3.理解相似矩阵的概念、性质及矩阵可相似对角化的充分必要条件。
- 4.理解矩阵的特征值和特征向量的概念及性质,熟练掌握矩阵的特征值和特征向量的求解方法。
- 5.理解相似矩阵的概念、性质及矩阵可相似对角化的充分必要条件。

【学习内容】

- 1.矩阵的特征值和特征向量的概念、性质及求法。
- 2.相似矩阵的概念及性质,矩阵可相似对角化的充分必要条件。
- 3.实对称矩阵的相似对角矩阵。

4.二次型及其矩阵表示，二次型的秩，惯性定律的结论。

5.用配方法、合同变换法、正交变换法化二次型为标准型，二次型及系数矩阵的正定性及其判别法。

【学习重点】

1.矩阵的特征值和特征向量的概念、性质及求法，相似矩阵的概念及性质。

2.矩阵可相似对角化的充分必要条件，实对称矩阵与对角矩阵相似的结论。

3.二次型的概念、二次型的矩阵表示方法，惯性定律的结论，

4.了解用配方法、合同变换法、正交变换法化二次型为标准型的方法，二次型及系数矩阵的正定性的概念及其判别方法。

【学习难点】

1.相似矩阵的概念、性质及矩阵可相似对角化的充分必要条件。

2.二次型的概念和矩阵表示，惯性定律的证明，二次型及系数矩阵的正定性及其判断。

四、教学方法

本课程教学主要采用讲授法，在教学过程中适当的进行一些讨论环节，对一些复杂的概念、定理、定律的证明采用多媒体进行教学。在课堂或每章末适当安排一些解题训练，强化学生的数学计算能力。在教学过程中注重直观意义及实际背景的讲解和在实际生活中的应用。

五、课程考核

考试：平时考核+期末考试。

本课程为考试课，考试由平时考核及期末考试两部分构成，平时考核由课堂考勤（ a_1 ）、平时作业（ a_2 ）、阶段性测试（ a_3 ）三部分构成，所占的权重分别为 $a_1=10\%$ 、 $a_2=10\%$ 、 $a_3=10\%$ 。期末考试为闭卷考试，卷面总分 100 分，占课程考核的权重 $a_4=70\%$ 。

课程总成绩（100%）=课堂考勤（ a_1 ）+平时作业（ a_2 ）+阶段性测试（ a_3 ）+期末成绩（ a_4 ）。

表 3 各考核环节建议值及考核细则

课程成绩构成及比例	考核方式	目标值	考核细则	对应课程目标
课堂考勤 a_1	随堂点名	100	教师随堂点名，每学期点名三次以上，根据学生出勤情况作为课堂考勤成绩。	课程目标 1、2

平时作业 a_2	课程作业	100	每次作业单独评分，取平均分作为平时作业成绩。	课程目标 1、2
阶段性测试 a_3	课堂测试	100	组织 2 次随堂测验，每次测验单独评分，取平均分作为课堂测验成绩。	课程目标 1、2
期末考试 a_4	期末考试	100	卷面成绩 100 分。题型以判断题、填空题、名词解释、论述题等为主。	课程目标 1、2

六、课程评价

课程目标达成度评价包括课程分目标达成度评价和课程总目标达成度评价，具体计算方法如下：

$$\text{课程分目标达成度} = \frac{\text{相关评价方式加权平均得分}}{\text{相关评价方式目标加权总分}}$$

课程总目标达成度=课程所有分目标达成度加权值之和

课程目标评价内容及符号意义说明： A_i 为平时成绩对应课程目标 i 的得分， B_i 为期末考试成绩对应课程目标 i 的得分； OA_i 为平时成绩对应课程目标 i 的目标分值， OB_i 为期末考试成绩对应课程目标 i 的目标分值； γ_i 为课程目标 i 在总目标达成度中的权重值； S 为课程总目标的达成度， S_i 为课程目标 i 的达成度。

表 4 课程考核成绩对课程目标达成情况评价

课程目标	课程目标权重	评价方式	目标分值	实际平均分	目标达成评价值
课程目标 1	0.4	课堂考勤	$OA_{1-1}=40$	A_{1-1}	$S_1 = \frac{a_1 A_{1-1} + a_2 A_{1-2} + a_3 A_{1-3} + a_4 B_1}{a_1 OA_{1-1} + a_2 OA_{1-2} + a_3 OA_{1-3} + a_4 OB_1}$
		平时作业	$OA_{1-2}=40$	A_{1-2}	
		阶段性测试	$OA_{1-3}=40$	A_{1-3}	
		期末考试	$OB_1=40$	B_1	
课程目标 2	0.6	课堂考勤	$OA_{2-1}=60$	A_{2-1}	$S_2 = \frac{a_1 A_{2-1} + a_2 A_{2-2} + a_3 A_{2-3} + a_4 B_2}{a_1 OA_{2-1} + a_2 OA_{2-2} + a_3 OA_{2-3} + a_4 OB_2}$
		平时作业	$OA_{2-2}=60$	A_{2-2}	
		阶段性测试	$OA_{2-3}=60$	A_{2-3}	
		期末考试	$OB_2=60$	B_2	
课程目标 i 权重和	$\sum_{i=1}^2 \gamma_i = 1.0$	课程总成绩	100	课程总目标达成度	$S = \sum_{i=1}^2 \gamma_i S_i$

注：1.目标分值为课程目标对应评价方式的满分，同一评价方式目标分值之和为 100。
2.实际平均分为参与评价的学生在该评价方式的平均分。

七、课程资源

(一) 建议选用教材

同济大学数学系.工程数学—线性代数(第七版)[M].北京:高等教育出版社,2023.

(二) 主要参考书目

[1] 华中科技大学数学系.线性代数(第3版)[M].北京:高等教育出版社,2008.

[2] 居余马等.线性代数(第2版)[M].北京:清华大学出版社,2013.

[3] 上海交通大学数学系.线性代数(第三版)[M].北京:科学出版社,2014.

(三) 其它课程资源

1. 中国大学生慕课

<https://www.icourse163.org/search.htm?search=%E7%90%86%E8%AE%BA%E5%8A%9B%E5%AD%A6#/>

执笔人：吕强

课程负责人：吕强

审核人（系/教研室主任）：高春华

审定人（主管教学副院长/副主任）：袁晓辉

2023 年 6 月